



INSTRUCCIONES:

- Tienes 4 horas y media para resolver el examen. Lee las instrucciones con calma y asegúrate que las entiendes del todo. Puedes quedarte con esta hoja al terminar el examen.
- Los problemas están numerados del 1 al 4. Para cada problema escribe todo tu procedimiento de manera ordenada en las hojas blancas que se te proporcionarán al inicio del examen y escribe tu nombre de manera clara al inicio de cada una de las hojas que utilices.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tablas, sólo puedes usar lápiz o pluma, sacapuntas, borrador, y si tu prefieres, juego de geometría.
- Recuerda checar los resultados en la página onmapsguanajuato.wordpress.com durante la siguiente semana.

PROBLEMAS:

1. Sean B y C dos puntos sobre una circunferencia, AB y AC las tangentes desde un punto A . Q es un punto del segmento AC y P es la intersección de BQ con la circunferencia. La paralela a AB por Q corta a BC en J . Demuestra que PJ es paralelo a AC si y sólo si $BC^2 = (AC)(CQ)$.
2. Se tiene un conjunto con $3n + 1$ objetos donde n de estos son iguales entre sí y los demás objetos restantes son todos diferentes entre sí y entre los n primeros. Demuestra que hay 2^{2n} formas distintas de escoger una colección de n objetos de entre todos estos.
3. Un entero positivo n de 3 cifras se eleva al cuadrado, obteniendo un número de 5 cifras. En este último número, le restamos 5 al dígito de las unidades de millar. Después, sumamos 40. Si como resultado de estas dos operaciones tenemos un cuadrado perfecto, ¿qué número es n si además se sabe que es primo?
4. Hay n clavos en una mesa, cada par de ellos conectados por una cuerda. Cada cuerda se pinta con un color elegido entre n colores distintos. Para cada posible combinación de tres colores distintos hay al menos tres clavos conectados por tres cuerdas, cada una pintada con uno de estos tres colores. Prueba que n no puede ser igual a 6.